Regelungstechnische Methoden in der Robotik

Prüfungsaufgaben

28. Juli 2008

Aufgabe 1 Die Dynamik eines zweiachsigen Roboters mit zwei kollinearen, translatorischen Gelenken in der horizontalen Ebene (Abb. 1) ist

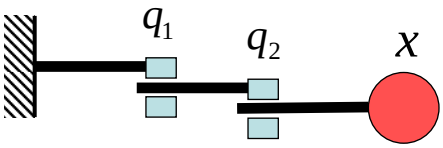

Abb. 1 Zweidimensionaler, translatorischer Manipulator

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (m_1 + m_2)\ddot{q}_1 + m_2\ddot{q}_2 \\ \tau_2 &= m_2(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \end{aligned}$$

Dabei sind τ_i die Kräfte, m_i die Massen und $\ddot{q}_i$ die Beschleunigungen der Gelenke. Die Position des TCP wird durch die Koordinate x beschrieben.
a) Schreiben Sie die Jakobimatrix für den Manipulator auf. Welche Dimensionen haben der Taskraum und der Nullraum?
b) Leiten Sie die Dynamik des Manipulators in Task-Koordinaten her.
c) Schreiben Sie einen einfachen passivitätsbasierten Regler in Task-Koordinaten für dieses System auf. Schreiben Sie die Lyapunov Funktion auf und bestimmen Sie deren Ableitung.

Aufgabe 2 Angenommen, das System aus Aufgabe 1 wird in Gelenkkoordinaten mit einem PD-Regler geregelt und die P-Anteile sind k_{p1} und k_{p2}. Welche äquivalente Steifigkeit wird der Manipulator dadurch am TCP (in Task-Koordinaten) aufweisen? Überprüfen Sie dies mit Hilfe von Tensortransformationen und der Jakobimatrix aus 1.a). Welche Darstellung ist geeigneter dafür: der Steifigkeits- oder der Nachgiebigkeitstensor?

Aufgabe 3 Ein eindimensionaler Aktuator hat die Dynamik

$$\tau_m = J\dot{\omega} + \tau_f + \tau_l$$

Dabei ist τ_m das Motormoment, J die Motorträgheit, ω die Motorgeschwindigkeit, τ_f das Reibmoment und τ_l das Lastmoment. Zeichnen Sie den Beobachter für das Reibmoment τ_f unter der Annahme, dass ω und τ_l messbar sind. Leiten Sie den Zusammenhang zwischen der Schätzung $\hat{\tau}_f$ und dem Reibmoment her.

Aufgabe 4 Wie viele Freiheitsgrade hat der parallele, ebene Manipulator aus Abb. 2? Jede der drei Stelleinheiten hat ein translatorisches und zwei rotatorische Gelenke. Welche Bewegungen kann der Manipulator in der Ebene

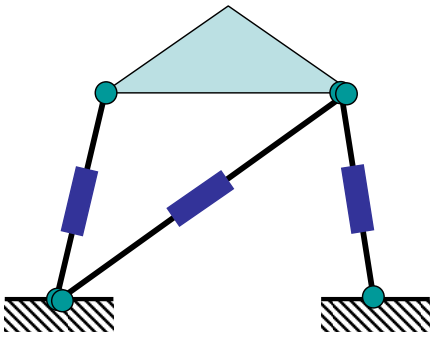

Abb. 2 Planarer paralleler Manipulator.

ausführen? Welche Gelenke sollten z.B. angetrieben werden? Zeichnen Sie den Manipulator in einer singulären Konfiguration (es wird angenommen, dass keine Gelenkbegrenzungen vorhanden sind).